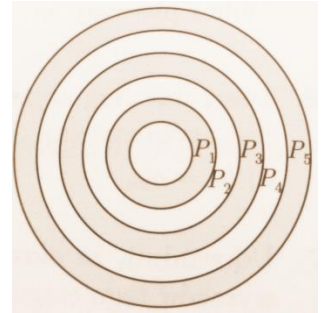


ETAP I

1. W trójkącie równoramiennym ABC , gdzie $|AC| = |BC|$ suma długości ramienia $|AC|$ i wysokości $|CD|$ wynosi 9. Kąt przy podstawie trójkąta ma miarę 30° . Oblicz długość środkowej poprowadzonej na bok BC .
2. Do oznaczenia stron książki użyto 6869 cyfr. Ile stron ma ta książka?
3. Na rysunku przedstawiono fragment nieskończonego ciągu kół współśrodkowych, których promienie: $x, x + 1, x + 2, \dots$ tworzą ciąg arytmetyczny. Pola kolejnych pierścieni: P_1, P_2, P_3, \dots również tworzą ciąg arytmetyczny.
 - a) Wyznacz wzór ogólny ciągu pól pierścieni.
 - b) Wyznacz x , jeśli wiadomo, że $P_{15} = 35\pi$.



4. Rozwiąż algebraicznie układ równań:

$$\begin{cases} x^2 + (y - 2)^2 = 5 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$$

ETAP II

Zadanie 1. Podstawa AB trapezu $ABCD$ jest zawarta w osi OX , wierzchołek D jest punktem przecięcia $y = -\frac{1}{3}x^2 + x + 6$ z osią OY . Pozostałe wierzchołki trapezu również leżą na tej paraboli. Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 2. Dane jest wyrażenie:

$$\left(\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} + \frac{1 - \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} \right) \cdot \cos \alpha$$

- a) podaj konieczne założenia dla katów $\alpha \in \langle 0^\circ, 180^\circ \rangle$,
- b) doprowadź to wyrażenie do najprostszej postaci dla dowolnego kąta ostrego α ,
- c) wyznacz wartość tego wyrażenia dla $\alpha = 12^\circ$.

Zadanie 3. Funkcja kwadratowa f określona jest wzorem

$f(x) = x^2 + (m - 1)x + m + 2$, gdzie $x \in \mathbb{R}$. Liczby x_1 oraz x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji f . Naszkicuj wykres funkcji $g(m) = \frac{x_1 - 1}{x_1} + \frac{x_2 - 1}{x_2}$.

Zadanie 4. Cztery liczby tworzą ciąg geometryczny. Jeżeli od pierwszej z nich odejmiemy 2, od drugiej 3, od trzeciej 9, a od czwartej 25, to otrzymane różnice utworzą ciąg arytmetyczny. Wyznacz te liczby.

ETAP III

zadanie 1:

W prostych o równaniach: $-8x + 3y - 23 = 0$, $3x - 8y - 12 = 0$ i $x + y - 4 = 0$ zawarte są boki trójkąta ABC . Wyznacz współrzędne

- a) wierzchołków tego trójkąta
- b) środka okręgu opisanego na tym trójkącie oraz jego promień

zadanie 2:

Rozważamy zbiór ostrosłupów prawidłowych czworokątnych o krawędzi bocznej długości 6. Wyznacz długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa, którego objętość jest największa. W ostrosłupie o największej objętości wyznacz odległość spodka wysokości ostrosłupa od krawędzi bocznej.

zadanie 3:

W pierwszej urnie są tylko kule czarne i białe, w drugiej urnie jest 6 kul niebieskich i 4 zielone, a w trzeciej urnie są 2 kule niebieskie i 8 zielonych. Losujemy jedną kulę z pierwszej urny. Jeżeli wylosowana kula jest czarna, to losujemy jedną kulę z drugiej urny, a jeżeli biała losujemy jedną kulę z trzeciej urny. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli zielonej jest dwa razy większe od prawdopodobieństwa wylosowania kuli niebieskiej. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania z pierwszej urny kuli czarnej.

zadanie 4:

W trapezie $ABCD$ ramię AD i podstawa CD mają długość 4, a ramię BC i przekątna AC mają długość 6. Oblicz długość podstawy AB .